CONSIDERA ESTOS **TIPS** ANTES DE INICIAR LA **SESIÓN**

Escuchar atentamente **la exposición** del docente.

Las preguntas que tengas se harán **al final de la exposición,** levantando la mano.

Apaga tu micrófono y vídeo, caso no cumplas con ello el **docente te retirará de la clase.**

Trilce
ACADEMIA

¡SER MEJORES JUNTOS!

#YoMeQuedoEnCasa

Trilce
ACADEMIA

Curso: **Álgebra**

Ciclo:

INTENSIVO SAN MARCOS

MEJOR PREPARACIÓN
A MENOR PRECIO

Trilce
ACADEMIA

¡Tu
mejor
opción!

ECUACIONES POLINÓMICAS

ECUACIONES POLINÓMICAS

Dado un polinomio entero en "x" de grado "n" de la forma:

$$P(x) \equiv a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+....+a_n = 0 \; ; \; \forall\, a_0 \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$$

Se dice que es una ecuación polinómica si: $P(x)=0$

$$P(x) \equiv a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+....+a_n$$

DEFINICIÓN :

"r" es una "raíz" o "cero" del polinomio $P(x) \Leftrightarrow P(r) = 0$

Trilce ACADEMIA

Teorema del factor:

"r" es una raíz o cero del polinomio P(x) ⇔ (x-r) es factor de P(x)

✓ $x = 5$ ES UN CERO → $(x-5)$ SERÁ UN FACTOR.

DEFINICIÓN:

"r" es una raíz de multiplicidad "k" de un polinomio si:

$$P(x) \equiv (x-r)^k \cdot Q(x) \quad / \quad Q(r) \neq 0$$

✓ 7 ES UNA RAÍZ DOBLE → $(x-7)^2$

OBSERVACIÓN :

Si se desea hallar las raíces de un polinomio o ecuación se factoriza y se iguala cada factor a cero

Trilce ACADEMIA

Teorema Fundamental del Álgebra

Un polinomio de grado "n" ($n \in \mathbb{N}$), con coeficientes complejos en general tiene por lo menos una raíz generalmente compleja.

COROLARIO

Todo polinomio de grado "n" ($n \in \mathbb{N}$) tiene exactamente "n" raíces contadas cada una con sus respectivas multiplicidades

Nota:

* Sean r_1; r_2 r_3, ...r_n las raíces de un polinomio P(x) de grado "n" entonces :

$$P(x) \equiv a_0(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \ldots\ldots (x - r_n)$$

a_0 → Coef. principal

Trilce ACADEMIA

OBSERVACIÓN :

Si $a_0=1$ se dice que P(x) es un polinomio mónico

Sea P(x) un polinomio

$\Rightarrow$ P(1) = Suma de coeficientes

$\Rightarrow$ P(0) = Término independiente

Trilce ACADEMIA

Relaciones entre las raíces y los coeficientes de un polinomio

Dado un polinomio P(x) de grado "n" con coeficientes complejos en general de la forma:

$P(x) \equiv a_0x^n+a_1x^{n-1}+a_2x^{n-2}+.....+ a_n \; \forall \; a_0 \neq 0 \wedge n \in \mathbb{N}$, cuyas raíces son : r_1; r_2; r_3 ....r_n entonces:

I. Suma de raíces $S_1 = r_1 + r_2 +.....r_n = - \frac{a_1}{a_0}$

Trilce ACADEMIA

II. Suma de productos binarios de las raíces:

$$S_2 = r_1r_2 + r_1r_3 + \ldots\ldots = \frac{a_2}{a_0}$$

III. Suma de productos ternarios de las raíces

$$S_3 = r_1r_2r_3 + r_1r_2r_4 + \ldots. = -\frac{a_3}{a_0}$$

Trilce ACADEMIA

⋮

Producto de raíces:

$$S_n = r_1 r_2 r_3 \ldots\ldots r_n = \begin{cases} \dfrac{a_n}{a_0} & \forall\ n = \text{par} \\ -\dfrac{a_n}{a_0} & \forall\ n = \text{impar} \end{cases}$$

OBSERVACIÓN :

Número de raíces de un polinomio $\geq$ Número de soluciones de la ecuación

Trilce ACADEMIA

$\int$ EA: $2x^4 - 7x^3 - 9x^2 + 4x + 6 = 0$

a b

$$S_1 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{-(-7)}{2} = \frac{7}{2}$$

$$S_2 = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + \cdots + \boxtimes = -\frac{9}{2}$$

$$S_3 = x_1 x_2 x_3 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 + \cdots \triangle = -\frac{4}{2} = -2$$

$$P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \, x_4 = \frac{6}{2} = 3$$

Trilce ACADEMIA

TEOREMAS :

Paridad de raíces imaginarias

Si un polinomio con coeficientes reales admite una raíz imaginaria de la forma: **a + bi**

entonces también admite como raíz a su conjugada: **a - bi**

OBSERVACIÓN :

Si: a+bi es una raíz imaginaria $\Rightarrow$ $a \wedge b \in \mathbb{R}$ $b \neq 0$, además: $i = \sqrt{-1}$

Si: $x_1 = 5+3i \rightarrow x_2 = 5-3i$ (COEF. REALES)

Trilce ACADEMIA

Paridad de raíces irracionales

Si un polinomio con coeficientes racionales admite una raíz irracional de la forma: $\mathbf{a + \sqrt{b}}$

entonces también admite como raíz a

$$\mathbf{a - \sqrt{b}}$$

OBSERVACIÓN :

Si: $a+\sqrt{b}$ es una raíz irracional $\Rightarrow a \in Q \wedge \sqrt{b}$ es irracional $(b \neq 0)$

↓ $x_1 = 3+\sqrt{7} \longrightarrow x_2 = 3-\sqrt{7}$ (Coef. Racionales)

Trilce ACADEMIA

ECUACIÓN BICUADRADA

Se denominan así a las ecuaciones de cuarto grado que tienen la siguiente forma general :

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad ; \quad \forall\, abc \neq 0$$

Para resolver esta ecuación se factoriza o se utiliza la resolvente de la bicuadrada :

$$x = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Trilce ACADEMIA

Resolver : $36x^4 - 73x^2 + 16 = 0$

$9.x^2$ -16

$4x^2$ -1

$$(9.x^2 - 16).(4x^2 - 1) = 0$$

$$(3x+4).(3x-4)(2x+1)(2x-1) = 0$$

$$CS = \left\{ -\frac{4}{3} ; \frac{4}{3} ; -\frac{1}{2} ; \frac{1}{2} \right\}$$

Trilce ACADEMIA

Resolver : $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$

i) $a = 1$; $b = -3$; $c = 1$

ii)

$$x = \pm \sqrt{\frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(1)}}{2.(1)}}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}}$$

Trilce ACADEMIA

TEOREMAS:

SEA: $ax^4 + bx^2 + c = 0$; $(a \neq 0)$

DE RAÍCES: α ; $-\alpha$; β ; $-\beta$; ENTONCES:

$$\alpha^2 + \beta^2 = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha^2 \cdot \beta^2 = \frac{c}{a}$$

Trilce ACADEMIA

Reconstrucción De una Ecuación Bicuadrada

Sean α ; $-\alpha$; β ; $-\beta$ las Raíces de una ec. Bicuadrada, entonces la ec. cuyo coef. Principal es la unidad tiene la forma:

$$x^4 - (\alpha^2 + \beta^2).x^2 + \alpha^2.\beta^2 = 0$$

Trilce ACADEMIA

ECUACIONES FRACCIONARIAS

Son aquellas que se reducen a la forma :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = 0 \qquad \forall\, Q(x) \neq 0$$

Para resolver estas ecuaciones se debe restringir el denominador (diferente de cero), luego resolver la ecuación y finalmente intersectar los conjuntos de valores obtenidos

Trilce
ACADEMIA

ECUACIÓN RECÍPROCA

Se denominan así a las ecuaciones cuyos coeficientes de los términos equidistantes de los extremos son iguales en valor absoluto.

Ejemplo :

$$2x^3 + 5x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 7x + 1 = 0$$

$$3x^5 + 2x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 2x - 3 = 0$$

Trilce
ACADEMIA

13. Sean "m", "n" y 1 las soluciones de la ecuación:

$$x^3 - (k+6)x^2 - 3x + 2k + 6 = 0,$$

si la suma de inversas de los cuadrados de "m" y "n" es igual a una fracción irreducible de la forma T/H, calcule H – T.

a) 37 b) 31 c) 29
d) 35 e) 42

Como $x=1$ es una solución

$$(1)^3 - (k+6)\cdot(1)^2 - 3(1) + 2k + 6 = 0$$

$$1 - k - 6 - 3 + 2k + 6 = 0 \rightarrow k = 2$$

Entonces la ec. será:

$$x^3 - 8x^2 - 3x + 10 = 0$$

	1	−8	−3	10
$x=1$	1	1	−7	−10
	1	−7	−10	0

$$(x-1)\cdot(x^2 - 7x - 10) = 0$$

$$m+n = 7$$
$$m\cdot n = -10$$

Trilce ACADEMIA

$$\frac{T}{H} = \frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} = \frac{m^2+n^2}{(m.n)^2} = \frac{(7)^2 - 2.(-10)}{(-10)^2} = \frac{69}{100}$$

$$\therefore\ H - T = 100 - 69 = 31$$

14. Si k = 2 es una raíz del polinomio:

$$P(x) = 8x^5 + ax^2 + bx - 128,$$

calcule el valor de 2a + b.

Como 2 es una raíz; entonces:

$$P(2) = 8.(2)^5 + a.(2)^2 + b.(2) - 128 = 0$$

$$256 + 4a + 2b - 128 = 0$$

$$4a + 2b = -128 \rightarrow 2a + b = -64$$

Trilce ACADEMIA

15. Si "a", "b" y "c" son las raíces de la ecuación:

$$7x^3 - 8x^2 - 5x + 4 = 0,$$

determine el valor de:

$$E = a^{-1} + b^{-1} + c^{-1}$$

De la EC:

$$a + b + c = \frac{-(-8)}{7} = \frac{8}{7}$$

$$ab + bc + ac = \frac{-5}{7}$$

$$a.b.c = -\frac{4}{7}$$

$$\therefore E = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + bc + ac}{a.b.c} = \frac{\frac{-5}{7}}{\frac{-4}{7}} = \frac{5}{4}$$

Trilce ACADEMIA

16. Por la compra de un pantalón y una camisa, Andrés debe pagar (47x) soles y (x^3) soles, respectivamente, pero recibe un descuento por toda su compra de ($12x^2$) soles. Si finalmente paga S/ 60, calcule la suma de cifras del precio sin descuento del pantalón (en soles) sabiendo que "x" toma su máximo valor.

Pantalon: $(47x)$ soles

Camisa (x^3) soles

Descuento: $(12x^2)$ soles.

Luego:

$$47x + x^3 - 12x^2 = 60$$

$$x^3 - 12x^2 + 47x - 60 = 0$$

	1	-12	47	-60
$x=3$	1	3	-27	60
	1	-9	20	0

$$(x-3)(x^2-9x+20)=0$$

x -5

x -4

$x=3$; $x=4$; $x=5$

Precio $= 47(5) + 5^3 = 360$

17. Anita y Jorge, en el año 2020, cumplieron (n – m) años de matrimonio. Si "n" y "m" son números racionales y la ecuación:

$$2x^3 - 8x^2 - mx + n = 0$$

tiene como solución a $1 - \sqrt{2}$, determine cuántos años de casados cumplirá esta pareja el 2025.

$m = -6$

$n = 4$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{(-8)}{2} = 4$

2020: 10 años de matrimonio

Formando la ec.

$x_1 = 1 - \sqrt{2}$

$x_2 = 1 + \sqrt{2}$ $\Big\}(x^2 - Sx + P)$

$x_3 = 2$

$(x-2)(x^2 - 2x - 1) = 0$

$2(x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0)$

Luego: $2x^3 - 8x^2 + 6x + 4 = 0$

2025: 15 años

Trilce ACADEMIA

18. Calcule la suma de coeficientes del polinomio mónico de coeficientes racionales de grado mínimo que tenga como raíces $1-\sqrt{5}$ y $-3i$.

a) –50 b) –40 c) –30
d) –20 e) –10

$x^2 - Sx + P$

$x_1 = 1-\sqrt{5}$
$x_2 = 1+\sqrt{5}$
$\Big\} \begin{matrix} S=2 \\ P=-4 \end{matrix} \Big\} (x^2-2x-4)$

$x_3 = -3i$
$x_4 = +3i$
$\Big\} \begin{matrix} S=0 \\ P=9 \end{matrix} \Big\} (x^2+9)$

Luego:

$P(x) = (x^2-2x-4)(x^2+9)$

Nos piden: $P(1)$

$P(1) = (-5)(10) = -50$

Trilce ACADEMIA

19. Si una de las raíces del polinomio:

$$P(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + 4;\ m, n \in Z$$

es $2-\sqrt{2}$, calcule $\sqrt[3]{\sqrt{-n}-m}$.

Si

$x_1 = 2-\sqrt{2}$ | $S = 4$

$x_2 = 2+\sqrt{2}$ | $P = 2$

2ª DE la EC.

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{4}{2} = -2$

$\underbrace{x_1 \cdot x_2}_{2} \cdot x_3$

$x_3 = -1$

Si Luego la ec. será:

$(x+1)\cdot(x^2-4x+2)=0$

$x^3-3x^2-2x+2=0$

Ci A todo por (2):

$2x^3-6x^2-4x+4=0$

$m=-6 \quad \wedge \quad n=-4$

$\therefore \sqrt[3]{\sqrt{-n}-m} = 2$

Trilce ACADEMIA

Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO